	INSTITUCIÓN *EDUCATIVA HORACIO MUÑOZ SUESCUN TÉCNICO COMERCIAL* Resolución de Aprobación 16314 del 27 de Noviembre de 2002 DANE: 105001011606 NIT: 811.019.157-3 "Educamos comercialmente para servir"	GDA: 08 V: 01 9/05/2013
	GUIA DE APRENDIZAJE PERIODO II GUIA 2	

Espacio para llenar por el estudiante.	
NOMBRES Y APELLIDOS DEL ESTUDIANTE	
GRADO:	GRUPO:
NOMBRES Y APELLIDOS DEL DOCENTE:	
ÁREA Y/O ASIGNATURA:	

AREA Y/O ASIGNATURA: MATEMÁTICAS-ESTADÍSTICA
GRADO: DECIMO – PERIODO II, GUIA II: DEL 22 DE MARZO HASTA EL 10 DE JUNIO.
DOCENTE: LUZ AMPARO GÓMEZ
FECHAS DE ENTREGA: (ABRIL 8, MAYO 6 Y JUNIO 3).

COMPETENCIAS	•La formulación, el tratamiento y la resolución de problemas •La comunicación •El razonamiento.
DBA O ESTANDAR	5. Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones. 4. Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones 9. Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos
DESEMPEÑO O APRENDIZAJES ESPERADOS	Reconoce el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente. Reconoce algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en el estudio de fenómenos diversos de variación periódica, por ejemplo: movimiento circular, movimiento del péndulo, del pistón, ciclo de la respiración, entre otros. Usa algunas de las propiedades de las medidas de tendencia central y de dispersión para caracterizar un conjunto de datos Utiliza las expresiones simbólicas de las cónicas y propone los rangos de variación para obtener una gráfica requerida. Trabaja de manera colaborativa aportando lo mejor al equipo y al grupo

METODOLOGÍA:

- Aprendizaje Basado en Problemas.
- Aprendizaje Basado en Retos.
- Gamificación

Estrategia: trabajo colaborativo con roles

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

1. **Fase de exploración.**
   “Cálculo de alturas”
   En algunas ocasiones deseamos conocer el tamaño de elemento en la naturaleza y por la dificultad de poder realizar una medida directa nos quedamos sin conocer su longitud. ¿Qué harías para conocer el tamaño de un edificio, un árbol y una persona, entre otros elementos, sin realizar la medición directa?

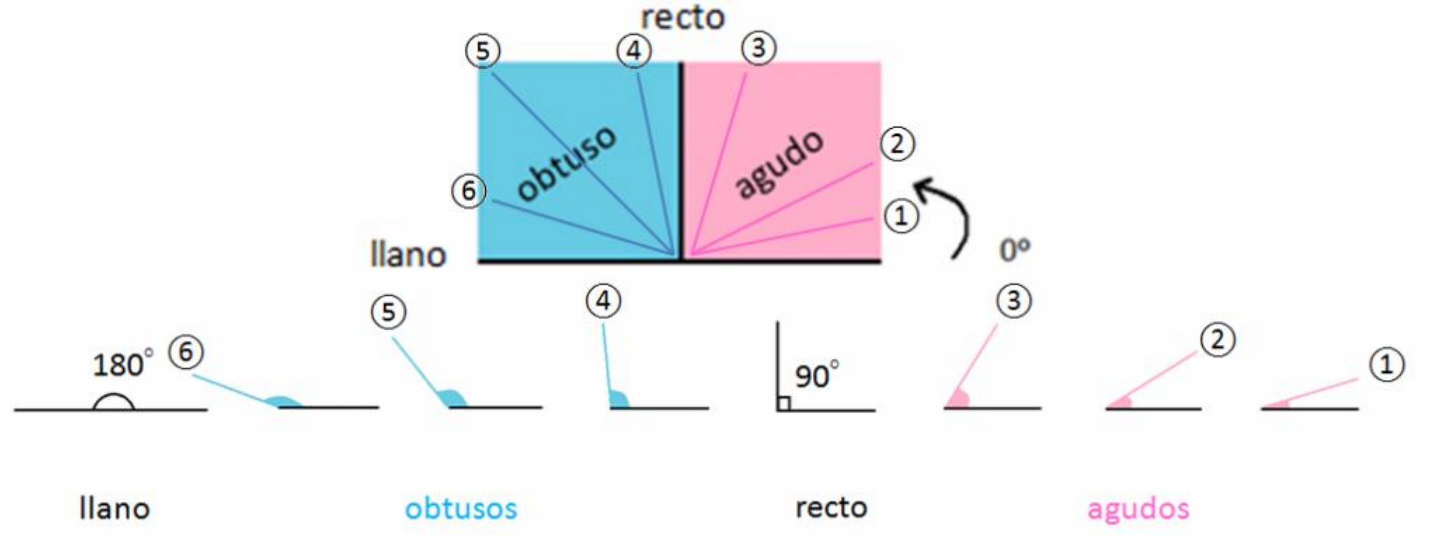
   Preguntas orientadoras
   ¿Conoces las relaciones métricas de los triángulos?
   ¿Cómo puedo calcular la altura de los estudiantes del curso, utilizando su sombra?
   ¿Qué elementos se necesitan para calcular la altura de los estudiantes, partiendo de su sombra?
   ¿Cuál es la altura promedio de los estudiantes del curso?
   ¿Has oído hablar del clinómetro? ¿Sabes construirlo?
   ¿Cómo se podría medir la altura de un árbol, utilizando su sombra?
   ¿Cómo se podría medir la altura de un árbol, utilizando el clinómetro?
   ¿Cómo se podría medir la altura de un edificio, utilizando el clinómetro?
   ¿Cómo se podría medir la altura de un edificio, utilizando un espejo plano?
   ¿Cuál es la relación que existe entre la sombra y la altura de los estudiantes?
   Organice los datos obtenidos en las diferentes mediciones en una tabla y compare los resultados obtenidos.

2. **FASE DE CONCEPTUALIZACIÓN.**

Tipos de ángulos
Hay varios tipos según su tamaño, es decir, en función de los grados que tenga:

Ángulo agudo: Mide menos de 90° y más de 0 °.
Ángulo recto: Mide 90° y sus lados son siempre perpendiculares entre sí. En esta entrada del blog puedes aprender todo sobre los ángulos rectos.
Ángulo obtuso: Mayor que 90° pero menor que 180°.
Ángulo llano: Mide 180°. Igual que si juntamos dos ángulos rectos.

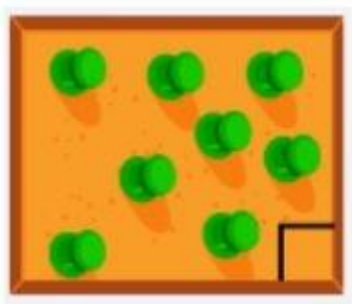
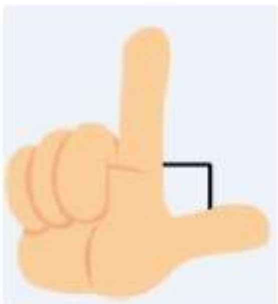
Con una imagen lo verás más fácil. Todo ángulo comprendido en la zona rosa es un ángulo agudo, y todo ángulo comprendido en la zona azul es un ángulo obtuso.



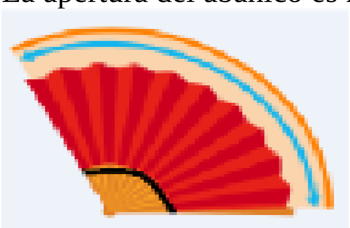
Ejemplos de ángulos en la vida cotidiana
A continuación, veremos algunos ejemplos de ángulos en nuestra vida cotidiana.

En el cono del helado y en la separación de los siguientes dedos tenemos ángulos agudos, ya que su abertura es menor de 90º.
Imagen de ángulos agudos


- En la posición de los siguientes dedos en forma de L y en la esquina del corcho podemos observar los ángulos de 90°, rectos.

La apertura del abanico es mayor que 90° y menor que 180°, por lo cual tenemos un ángulo obtuso.



El origen de la Trigonometría se debe a los indios y egipcios; pero los verdaderos impulsores fueron los árabes que por razones religiosas se les plantearon problemas de orientación y determinación de fechas y horas, perfeccionando aspectos astronómicos y con ello la Trigonometría, fueron quienes la divulgaron en la Edad Media. Hiparco (s.II a.C) se considera el padre de la Trigonometría. Menelao (s.I) y Ptolomeo (s.II) continuaron su estudio.
La agrimensura y la navegación son prácticas que, desde sus orígenes, han requerido el cálculo de distancias cuya medición directa no resultaba posible; y otro tanto sucede en el ámbito de la astronomía. Para resolver este problema, los antiguos babilonios recurrieron a la trigonometría; es decir, a una serie de procedimientos que permiten poner en relación las medidas de los lados de un triángulo con las medidas de sus ángulos. La distancia desde un punto situado al pie de una montaña hasta su cima, por ejemplo, o desde una embarcación hasta un determinado punto de la costa, o la que separa dos astros, pueden resultar
inaccesibles a la medición directa; en cambio, el ángulo que forma la visual dirigida a un accidente geográfico, o a un punto de la bóveda celeste, con otra visual fijada de antemano (como puede ser la dirigida según la horizontal), acostumbra ser fácil de medir mediante instrumentos relativamente sencillos.

El objetivo de la trigonometría es establecer las relaciones matemáticas entre las medidas de las longitudes de los segmentos que forman los lados de un triángulo con las medidas de las amplitudes de sus ángulos, de manera que resulte posible calcular las unas mediante las otras. Dicho de otro modo, la trigonometría es la rama de la matemática que estudia los problemas relativos a la medida de los elementos de los triángulos estableciendo una correspondencia entre las magnitudes susceptibles de medición lineal y las angulares mediante la introducción de las razones trigonométricas.

Sistemas de medición de los ángulos
Los ángulos se expresan en grados sexagesimales, grados centesimales o en radianes.
En el sistema sexagesimal se considera a la circunferencia dividida en 360 partes iguales; y un ángulo de 1° sexagesimal es la medida de aquel que se genera cuando el giro, en el mismo sentido de las agujas del reloj, del lado terminal es de 1/360 parte de una vuelta completa. Cada grado se considera dividido en 60 partes iguales llamadas minutos y cada minuto en 60 partes iguales llamadas segundas. Los símbolos para estas unidades son: grado ° minuto ' segundo "
Radián: Unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Es el ángulo que subtiende un arco cuya longitud es igual al radio del arco.
Radián se denota con la abreviatura rad.

1rad = 360º/2π =180/ π = 57º 17´ 45´´
1º=2 πrad/360= πrad/180= 0,01745 rad
Ejemplos:

Procedimiento para pasar grados a radianes

$$\text{Radianes} = \text{grados} \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$\text{Ejemplo: } 135^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{135^\circ \, x\, \pi}{180^\circ} = \frac{27\, x\, \pi}{36} = \frac{3\, x\, \pi}{4} = \frac{3}{4}\pi \text{ rad}$$

Procedimiento para pasar radianes a grados

observa que para pasar de radianes a grados es suficiente escribir 180° donde aparece el número π:

$$\frac{4\pi}{5}\, rad = \frac{4 \cdot 180^\circ}{5}$$
$$\downarrow$$
$$\frac{4\pi}{5}\, rad = 144^\circ$$

Razones trigonométricas

Debido a que un triángulo tiene tres lados, se pueden establecer seis razones, dos entre cada pareja de estos lados. Las razones trigonométricas de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo son las siguientes:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\text{cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{1}{\text{sen } \alpha}$$

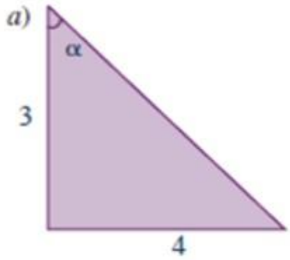
$$\sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

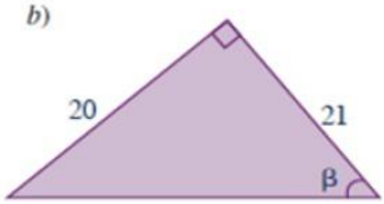
$$\text{cotg } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{1}{\text{tg } \alpha}$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

α:	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\to \infty$	0	$\to -\infty$

Ejemplos: Calcular las razones trigonométricas de los ángulos mostrados en los siguientes triángulos:





Solución a)
El enunciado no ofrece el valor de la hipotenusa, sin embargo, por aplicación del teorema de Pitágoras sabemos que vale 5.
Las razones se pueden calcular directamente de la definición, teniendo cuidado al seleccionar el cateto que sea el opuesto al ángulo α para calcular el sen α. Veamos:
sen α = 4/5
cos α = 3/5
tg α = 4/3
cot α = ¾
sec α = 1 / (3/5) = 5/3
cosec α = 1 / (4/5) = 5/4

Solución b)
Calculemos la hipotenusa del triángulo mediante el teorema de Pitágoras:
Hipotenusa^2 = $20^2 + 21^2 = 841$
√841 = 29
Entonces las 6 razones trigonométricas del ángulo β son:

- sen β = 20/29
- cos β = 21/29
- tg β = 20/21
- cot β = 21/20
- sec β = 1 / (21/29) = 29/21
- cosec β = 1 / (20/29) = 20/29

<u>CONCEPTOS IMPORTANTES EN EL PENSAMIENTO ALEATORIO:</u>

Las **medidas de tendencia central** son medidas estadísticas que pretenden resumir en un solo valor a un conjunto de valores. Representan un centro en torno al cual se encuentra ubicado el conjunto de los datos. Las medidas de tendencia central más utilizadas son: media, mediana y moda. **Las medidas de dispersión** en cambio miden el grado de dispersión de los valores de la variable. Dicho en otros términos las medidas de dispersión pretenden evaluar en qué medida los datos difieren entre sí. De esta forma, ambos tipos de medidas usadas en conjunto permiten describir un conjunto de datos entregando información acerca de su posición y su dispersión.

Los procedimientos para obtener las medidas estadísticas difieren levemente dependiendo de la forma en que se encuentren los datos. Si los datos se encuentran ordenados en una tabla estadística diremos que se encuentran “agrupados” y si los datos no están en una tabla hablaremos de datos “no agrupados”.

Según este criterio, haremos primero el estudio de las medidas estadísticas para datos no agrupados y luego para datos agrupados.

Medidas de tendencia central

Promedio o media

La medida de tendencia central más conocida y utilizada es la media aritmética o promedio aritmético.

Mediana

Otra medida de tendencia central es la mediana. La mediana es el valor de la variable que ocupa la posición central, cuando los datos se disponen en orden de magnitud. Es decir, el 50% de las observaciones tiene valores iguales o inferiores a la mediana y el otro 50% tiene valores iguales o superiores a la mediana.

Si el número de observaciones es par, la mediana corresponde al promedio de los dos valores centrales. Por ejemplo, en la muestra 3, 9, 11, 15, la mediana es (9+11) /2=10.

Moda

La moda de una distribución se define como el valor de la variable que más se repite. En un polígono de frecuencia la moda corresponde al valor de la variable que está bajo el punto más alto del gráfico. Una muestra puede tener más de una moda.

Medidas de dispersión

Las medidas de dispersión entregan información sobre la variación de la variable. Pretenden resumir en un solo valor la dispersión que tiene un conjunto de datos. Las medidas de dispersión más utilizadas son: Rango de variación, Varianza, Desviación estándar, Coeficiente de variación.

Rango de variación

Se define como la diferencia entre el mayor valor de la variable y el menor valor de la variable.

La mejor medida de dispersión, y la más generalizada es la varianza, o su raíz cuadrada, la desviación estándar. La varianza se representa con el símbolo σ^2 (sigma cuadrado) para el universo o población y con el símbolo s2 (s cuadrado), cuando se trata de la muestra. La desviación estándar, que es la raíz cuadrada de la varianza, se representa por σ (sigma) cuando pertenece al universo o población y por “s”, cuando pertenece a la muestra. σ^2 y σ son parámetros, constantes para una población particular; s2 y s son estadígrafos, valores que cambian de muestra en muestra dentro de una misma población. La varianza se expresa en unidades de variable al cuadrado y la desviación estándar simplemente en unidades de variable.

Coeficiente de variación

Es una medida de la dispersión relativa de los datos. Se define como la desviación estándar de la muestra expresada como porcentaje de la media muestral.

Fórmulas

Medidas de tendencia central y de dispersión en datos agrupados

Se identifica como datos agrupados a los datos dispuestos en una distribución de frecuencia. En tal caso las fórmulas para el cálculo de promedio, mediana, moda, varianza y desviación estándar deben incluir una leve modificación.

1. Promedio en datos agrupados

La fórmula es la siguiente: $\underline{x} = \underline{\sum (f*x)}/n$

$\underline{x}$ = Media aritmética para muestra

f = Frecuencia de los datos en la clase o intervalo

x = Punto medio de la clase

n = Número total de datos de la muestra

2. MEDIANA: Es el valor que queda en el centro de los datos, una vez que estos sean ordenados en forma ascendente o descendente. Para hallar la mediana de un conjunto de datos se organiza de forma progresiva; si el conjunto de datos contiene un número impar de elementos el elemento de en medio del arreglo es la mediana; si hay un número par de observaciones la mediana es el promedio aritmético de los elementos centrales.

Ejemplo: Hallar la mediana de los siguientes datos que muestra N, el número de pacientes tratados en la sala de emergencias durante 8 días consecutivos; 52, 35, 43, 11, 30, 31, 86 y 49.

Ordenamos los datos: 11, 30, 31, 35, 43, 49, 52, 86

(35+43) /2= 78/2= 39

3. MODA: Es el valor que más se repite en un conjunto de datos. Ejemplo: Hallar la moda del siguiente conjunto: (2, 3, 3, 5, 3, 6, 9, 8, 5) = 3

En el caso de los datos agrupados la moda está localizada en la clase que tiene la mayor frecuencia (a dicha clase se le llama clase modal).

DESVIACIÓN ESTÁNDAR: Es la raíz cuadrada de la varianza...

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum (x-\mu)^2}}{N} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \mu^2}$$

VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR PARA MUESTRA

$$S^2 = \frac{\sum (X-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum x^2}{n-1} - \frac{n\bar{x}^2}{n-1}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X-\bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n-1} - \frac{n\bar{x}^2}{n-1}}$$

s^2= Varianza de la muestra

s= Desviación estándar de la muestra

Coeficiente de variación

La variación real o dispersión determinada a partir de la desviación estándar u otra medida de dispersión, es llamada la dispersión absoluta. Si la dispersión absoluta es la desviación estándar S y el promedio, la dispersión relativa se llama coeficiente de variación o coeficiente de dispersión.

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

3. <u>FASE DE APLICACIÓN Y EVALUACIÓN:</u>

Ejercicios de ángulos

A continuación, te dejamos varios ejemplos de ángulos que forman las agujas de un reloj. Escribe qué tipo de ángulo es cada uno de ellos.

Pasa a grados sexagesimales las siguientes cantidades expresadas en radianes:

- π rad
- $\frac{3\pi}{4}$ rad
- $\frac{\pi}{6}$ rad
- $\frac{2\pi}{9}$ rad

Pasa de grados a radianes las siguientes cantidades:

- 20°
- 50°
- 60°
- 320°

TRIGONOMETRÍA

La trigonometría siempre ha estado vinculada a la solución de problemas prácticos en áreas como la física, la topografía y la navegación. Estos problemas comúnmente se plantean en términos de un triángulo rectángulo. Resolver un triángulo rectángulo consiste en encontrar las medidas de sus seis elementos: tres lados y tres ángulos.

1. En la solución de un triángulo rectángulo se debe considerar lo siguiente:

La suma de los ángulos interiores en un triángulo es 180°.

$$c^2 = b^2 + a^2$$

El teorema de Pitágoras.

La definición de las funciones trigonométricas para ángulos agudos en el triángulo rectángulo(arriba).

2. Solucionar los siguientes triángulos rectángulos, teniendo en cuenta los siguientes datos:
a) Ángulo 62°, cateto opuesto 24 cm
b) catetos 6 cm y 8 cm.
c) cateto 8 cm, hipotenusa 12 cm.
d) ángulo 62°, hipotenusa 4 cm

4. Resuelve los siguientes problemas:
a) Desde un punto situado a 18 metros del pie de un árbol se observa el extremo superior del árbol con un ángulo de elevación de 61°, ¿Cuál es la altura del árbol?

b) Para alcanzar la cima de un muro de 6 metros de altura se utiliza una escalera de 10 metros. Si la escalera se extiende 2 metros más allá del muro, determina la inclinación respecto a la horizontal.

c) Desde un faro situado 70metros sobre el nivel del mar se observa un bote en un ángulo de depresión de 20°, ¿A qué distancia está el bote del punto situado a nivel del agua y directamente bajo el punto de observación?...

ESTADÍSTICA

1. Tenemos 37 estudiantes y sus edades son: 15, 15, 14, 14, 15, 15, 15, 12, 12, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 12, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 12
   Calcular todas las medidas de tendencia central y de dispersión, realizar conclusiones acerca del estudio

2. A un grupo de 40 pacientes fumadores se les hace un estudio de sus niveles de nicotina:

Nivel de nicotina	frecuencia	Marca de clase	$(f_i \cdot x_i)$
$0 - 99$	11	49, 5	544, 5
$100 - 199$	12	149, 5	1 794
$200 - 299$	14	249, 5	3 493
$300 - 399$	1	349, 5	349, 5
$400 - 499$	2	449, 5	899
$\sum_{i=1}^{n} f_i =$	40	$\sum_{i=1}^{n} (f_i \cdot x_i) =$	7 080

Calcular todas las medidas de tendencia central y de dispersión en datos agrupados y realizar al menos 5 conclusiones y 5 recomendaciones acerca del estudio

4. <u>FASE DE TRANSFERENCIA:</u>

Consultar el clinómetro y construirlo en equipos colaborativos
Plantear y solucionar situaciones del contexto que puedan solucionarse aplicando los aprendizajes adquiridos en las fases anteriores
Realizar un diccionario matemático con términos y definiciones usando todas las letras del abecedario, al menos 3 términos por letra, dejar espacio para continuarlo en otros periodos

EVALUACION FORMATIVA

¿Qué te causó dificultad en la guía?		
¿Qué fue fácil de entender para ti?		
¿Qué preguntas te quedan?		
¿Qué sugerencias tienes para la próxima guía?		

5. GLOSARIO

Datos: *data,* Son los valores cualitativos o cuantitativos mediante los cuales se miden las características de los objetos, sucesos o fenómenos a estudiar.

Desviación: *deviation,* Diferencia entre un valor y otro valor medio o típico. (Desviación Media)

Entrevista y Encuesta: *interview, survey, poll*

Son métodos de recolección de datos, la entrevista es una serie de preguntas realizadas personalmente y la encuesta es llevada a cabo generalmente a través de algún formulario que la persona debe llenar.

Estadística: *statistics,* La Estadística estudia los métodos científicos para recoger, organizar, resumir y analizar datos, así como para sacar conclusiones válidas y tomar decisiones razonables basadas con tal análisis.

Estadístico: *statistic,* Unidad de medida referente a la muestra. Se le llama estadístico también a la persona que trabaja con la estadística.

Frecuencia: *frequency,* Número de veces en que se repite un dato.

Frecuencia Acumulada: *cumulative frequency,* Es el número de estudiantes con calificaciones iguales o menores que el rango de cada intervalo sucesivo. (Frecuencia)

Frecuencia Relativa: *relative frequency,* Es la proporción entre la frecuencia de un intervalo y el número total de datos.

Radian: El radián es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Representa el ángulo central en una circunferencia y abarca un arco cuya longitud es igual a la del radio

Teorema: es una proposición que afirma una verdad demostrable.

6. RECURSOS:

Texto "vamos a aprender", matemáticas 10. Material en el classroom y en el blog: divertidasmatematicas.webnode.es, guías y recursos digitales.
Las guías se desarrollan en el aula en actividades para 10 semanas de clase.

7. **PRODUCTO FINAL:** Guía resuelta (cada estudiante debe responder a cada una de las actividades que aparecen en la guía, según la metodología y estrategia didáctica diseñada con el objetivo de dar solución a las situaciones planteadas y propiciar el aprendizaje).

8. **REFLEXIÓN PEDAGÓGICA DEL DOCENTE.**

El fin de las matemáticas es "desarrollar el pensamiento matemático" en los estudiantes, en ese sentido se plantean estas propuestas en las que el estudiante interviene directamente y actúa desde su saber, hacer y ser, proponiendo soluciones e interpretaciones a las situaciones problema contextualizadas, donde este debe aplicar los conocimientos adquiridos en el proceso de aprendizaje, apuntando así al desarrollo de sus competencias desde la comunicación, el razonamiento y la resolución de situaciones problema.

La invitación para el estudiante es entonces abordar la guía de aprendizaje, como un documento que le llevara a la exploración de sus saberes previos y el descubrimiento de nuevos conocimientos, para posteriormente aplicarlos a las situaciones del contexto, llegando así a un aprendizaje significativo

9. **BIBLIOGRAFÍA.**

Guía didáctica para docentes Matemáticas 10° Ministerio de educación Nacional, 2017.
Los caminos del saber matemáticas 10, Santillana 2013.
Contenido Colombia aprende capsulas educativas digitales http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U05_L06/index.html
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U03_L04/index.html
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U04_L07/index.html
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U03_L04/index.html